آیا اعداد تصادفی واقعاً وجود دارند؟

سلمان ابوالفتح بیگی

۳ بهمن ۱۴۰۳

I am at all events convinced that He (God) is not playing dice. (Einestein, 1926)

در بازی‌های مختلفی برای انتخاب عددی تصادفی[۱] بین یک تا شش از تاس استفاده می‌شود. افرادی هستند که در تاس ریختن آنقدر مهارت پیدا کرده‌اند که می‌توانند تاس را جوری بریزند که با احتمال بیشتر از یک‌ششم، عددی خاص (مثلاً شش) حاصل شود. البته که برای مقابله با چنین تقلب‌هایی روش‌هایی نیز ابداع شده است. ولی آیا نمی‌شود در همان روش‌ها هم تقلب کرد؟ آیا می‌توان برای انتخاب کاملاً تصادفی عددی بین یک تا شش روشی پیدا کرد که تقلب در آن راه نداشته باشد؟

در نگاه اول تولید اعداد تصادفی غیرممکن به نظر می‌رسد. به هر حال با نگاه کلاسیک به فیزیک که در دروس دبیرستان با آن آشنا شدیم، نتیجه هر آزمایش فیزیکی با داشتن شرایط اولیه و شرایط محیطی به طور قطعی قابل پیش‌بینی است. البته که فرآیند ریختن تاس چنان نسبت به این شرایط اولیه حساس است که محاسبه دقیق عدد حاصل کار بسیار پیچیده‌ایست. با این حال، مستقل از پیچیده یا ساده بودن این محاسبه، براساس قوانین فیزیک کلاسیک پیش‌بینی نتیجه آزمایش تاس ریختن امکان‌پذیر است و لذا عدد حاصل تصادفی نیست. این نتیجه‌گیری با ظهور فیزیک کوانتومی به چالش کشیده شد.

جمله‌ای که در ابتدای نوشتار نقل شد بخشی از نامه‌ایست که اینشتین در سال ۱۹۲۶ به ماکس بورن[۲] نوشت. بورن دانشمندیست که در همان سال توزیع احتمال حاصل از اندازه‌گیری یک سیستم کوانتومی را فرمول‌بندی و به طور خاص ادعا کرد که حاصل چنین اندازه‌گیریی به طور ذاتی تصادفی است و به دلیل کمبود اطلاعات در مورد شرایط آزمایش نیست. اینشتین در نامه مذکور با ادعای بورن که بعدها به قانون بورن[۳] مشهور شد، مخالفت کرد.

نه سال بعد یعنی در سال ۱۹۳۵ اینشتین به همراه پودولسکی[۴] و روزن[۵] مقاله‌ای نوشتند و در آن نظریه فیزیک کوانتومی که توسط بورن و دیگران در دهه قبل تکامل یافته بود را ناکامل دانستند. از نظر نویسندگان این مقاله، یک نظریه فیزیکی در صورتی کامل است که در برگیرنده هر «عنصر از واقعیت فیزیکی»[۶] باشد. تلقی آنها این بود که اگر پیش‌بینی قطعی یک کمیت فیزیکی قبل از انجام اندازه‌گیری امکان‌پذیر باشد، آن کمیت متناظر با یک عنصر از واقعیت فیزیکی است. آنها در مقاله خود به وجود حالاتی کوانتومی در سیستم‌های فیزیکی دوبخشی (تشکیل شده از

[1] Random number
[2] Max Born
[3] Born's rule
[4] Podolsky
[5] Rosen
[6] Element of the physical reality

دو ذره) اشاره کردند که بعدها درهم‌تنیده[7] نامیده شدند. آنها نشان دادند که با داشتن حاصل اندازه‌گیری یک بخش از حالات درهم‌تنیده کوانتومی می‌توان نتایج اندازه‌گیری روی بخش دیگر را با قطعیت پیش‌بینی کرد. بر این اساس آنها استدلال کردند که کمیت‌های فیزیکی قابل اندازه‌گیری باید متناظر با عناصری از واقعیت باشند که در نظریه فیزیک کوانتومی در بر گرفته نشده‌اند. زیرا این نظریه صرفاً روش محاسبه توزیع احتمال حاصل اندازه‌گیری را ارائه می‌دهد. بعدها اینشتین توصیف فیزیک کوانتومی از اندازه‌گیری حالات درهم‌تنیده را با عبارت «کنش شبح‌وار از راه دور»[8] به سخره گرفت. نویسندگان مقاله با توجه به تلقی خود از یک نظریه فیزیکی کامل، فیزیک کوانتومی را ناکامل دانستند و مقاله خود را با این نکته به پایان رساندند که از نظر آنها چنین نظریه کاملی وجود دارد.

ایده‌های مقاله اینشتین-پودولسکی-روزن توسط دیگر محققین برای یافتن نظریه‌ای که مشخصات مورد انتظار آنها را داشته باشد پیگیری شد. مدل متغیر نهان[9] یکی از نظریه‌های قابل توجه در این راستا بود. در این مدل حاصل یک اندازه‌گیری، چنان که قانون بورن توصیف می‌کرد، به طور ذاتی احتمالاتی نیست. حاصل اندازه‌گیری صرفاً احتمالاتی به نظر می‌رسد، و این به دلیل وجود متغیرهای دیگریست که روی حاصل اندازه‌گیری موثرند ولی خود نهان هستند و برای اندازه‌گیری در دسترس نیستند. برای تقریب ذهن می‌توان به آزمایش تاس ریختن فکر کرد. حاصل این آزمایش متأثر از کمیت‌های فیزیکی زیادی است که دسترسی به آنها، شاید نه غیر ممکن ولی بسیار سخت است. لذا می‌توانیم از مدل متغیر نهان برای توصیف این آزمایش استفاده کنیم که در آن متغیرهای نهان همان کمیت‌های فیزیکی هستند که دسترسی به آنها مشکل است و روی حاصل آزمایش تأثیرگذارند. در این صورت، حاصل آزمایش تاس ریختن تصادفی به نظر می‌رسد ولی این تصادفی بودن ذاتی نیست و صرفاً به این دلیل است که به متغیرهای نهان متناظر دسترسی نداریم.

به نظر می‌رسید که مدل متغیرهای نهان مشکلات فیزیک کوانتومی از جمله تصادفی بودن و ناکامل بودن را برطرف می‌کند. با این حال جان بل[10] در سال ۱۹۶۴ این نتیجه‌گیری را به چالش کشید. بل با مفروض گرفتن مدل متغیر نهان موضعی[11] نامساویی را اثبات کرد که توسط فیزیک کوانتومی نقض می‌شود و نتیجه گرفت که حاصل اندازه‌گیری‌های کوانتومی توسط مدل متغیر نهان قابل توصیف نیست. کار بل پنج سال بعد توسط کلاوزر،[12] هورن،[13] شیمونی[14] و هولت[15] تعمیم داده و نامساوی بل با فرضیات کمتری اثبات شد. در ادامه قبل از پرداختن به این فرضیات به توصیف آزمایش بل و تعمیم نامساوی بل می‌پردازیم.

بل همانند اینشتین، پودولسکی و روزن آزمایشی ذهنی در نظر گرفت که در آن بخش‌های یک سیستم فیزیکی دوبخشی اندازه‌گیری می‌شوند. این دو بخش احتمالاً قبلا نزدیک هم بوده‌اند و با هم برهم‌کنش داشته‌اند ولی در زمان اندازه‌گیری دور از هم و مثلا در دو آزمایشگاه مجزا قرار گرفته و در اختیار دو آزمایشگر مختلف هستند. هر یک از این دو آزمایشگر تصمیم می‌گیرد که کمیتی از بخش خود را اندازه‌گیری کند. تصمیم اینکه هر یک از آزمایشگرها کدام کمیت را انتخاب کند مستقل و بدون اطلاع آزمایشگر دیگر گرفته می‌شود. بعد از انجام اندازه‌گیری، آزمایشگرها کمیتی که اندازه گرفته‌اند و حاصل اندازه‌گیریشان یعنی چهار متغیر شامل دو کمیت اندازه‌گیری شده و حاصل دو اندازه‌گیری

[7] Entangled
[8] Spooky action at distance
[9] Hidden variable model
[10] John Bell
[11] Local hidden variable
[12] Clauser
[13] Horne
[14] Shimony
[15] Holt

را به اشتراک می‌گذارند. کلاوزر، هورن، شمیونی و هولت با الهام گرفتن از بل، با استفاده از این چهار متغیر عبارتی جبری نوشتند و نشان دادند که اگر بتوان این آزمایش را با مدل متغیر نهان موضعی توصیف کرد، حاصل این عبارت جبری حداکثر عدد ۲ است. آنها نشان دادند که با فرض درستی فیزیک کوانتومی می‌توان این آزمایش را چنان انجام داد که حاصل آن عبارت جبری عددی بیشتر از ۲ شود. نتیجه این که فیزیک کوانتومی را نمی‌توان با مدل متغیر نهان موضعی توصیف کرد. این نتیجه، قضیه بل نامیده می‌شود.

قبل از این که به فرضیات قضیه بل اشاره کنیم لازم است توجه کنیم که در صورت پذیرفتن تعین‌گرایی بسیار زیاد[۱۶] قضیه بل وجهی ندارد، زیرا در آن صورت کمیت‌های فیزیکی اندازه‌گیری‌شده از قبل و مستقل از اراده آزمایش‌گرها و همچنین حاصل اندازه‌گیری‌ها معین شده‌اند، و صحبت از فرضیات و قوانین فیزیکی معنای معمول خود را از دست می‌دهد. به علاوه توجه کنید که این تعین‌گرایی بسیار زیاد خود ابطال‌پذیر[۱۷] نیست. لذا ما در قضیه بل فرض می‌کنیم که کمیت‌های فیزیکی توسط آزمایش‌گرها، و در واقع مهم‌تر از آن، مستقل از سیستم فیزیکی مورد آزمایش انتخاب می‌شوند. با این ملاحظه قضیه بل براساس دو فرض زیر اثبات می‌شود:

علیت موضعی:[۱۸] حالت یک سیستم فیزیکی فقط متأثر از محیط اطراف و گذشته‌اش است. به عبارت دقیق‌تر اثرات فیزیکی به طور پیوسته در فضا انتشار پیدا می‌کنند.

واقع‌گرایی:[۱۹] سیستم‌های فیزیکی مشخصه‌های خود را به همراه دارند، مستقل از اینکه آن مشخصه‌ها اندازه‌گیری شده‌اند یا خیر. برای مثال سرعت یک ذره وجود دارد مستقل از اینکه اندازه‌گیری شود.

حال که فرضیات قضیه بل مشخص شدند می‌توانیم به ملاحظاتی در مورد آن بپردازیم. اول اینکه قضیه بل نشان می‌دهد که در فیزیک کوانتومی حداقل یکی از این دو فرض نقض می‌شود زیرا فیزیک کوانتومی نامساوی بل را نقض می‌کند و نامساوی بل با استفاده از این دو فرض اثبات می‌شود. اینکه دقیقاً کدام یک از این دو فرض توسط فیزیک کوانتومی نقض می‌شود موضوعی فرای این نوشتار است. با این حال در ادامه اشاره‌ای به پاسخ این سوال از دیدگاه اینشتین، پودولسکی و روزن و همچنین رویکرد غالب می‌کنیم. دوم اینکه گاهی فرضیات قضیه بل تحت عنوان واقع‌گرایی موضعی[۲۰] و یا صرفاً موضعی بودن خلاصه می‌شوند. ولی باید توجه کنیم که این دو فرض در کنار هم نامساوی بل را نتیجه می‌دهند و لزوماً منظور از خلاصه کردن این فرضیات در یک عبارت تأکید روی بعضی از این فرض‌ها نیست. سوم اینکه این قضیه درستی فیزیک کوانتومی را نتیجه نمی‌دهد و صرفاً با نامساوی بل روی هر نظریه فیزیکی که در آن دو شرط فوق برقرار باشند محدودیتی تحمیل می‌کند.

از نظر اینشتین، پودولسکی و روزن ناکامل بودن فیزیک کوانتومی به دلیل تناقض با فرض اول قضیه بل نبود، چه آنکه آنها در مقاله خود اشاره‌ای به علیت موضعی نمی‌کنند. به علاوه از دید آنها کمیت‌های یک سیستم فیزیکی مستقل از اینکه اندازه‌گیری شوند یا خیر وجود دارند و می‌توانند با «قطعیت»[۲۱] پیش‌بینی شوند. این فرض به خودی خود فرض واقع‌گرایی را نتیجه می‌دهد. لذا چنانچه همانند اینشتین، پودولسکی و روزن فرض اول را بپذیریم، با نقض نامساوی بل، ملزم به پذیرفتن وجود اعداد تصادفی خواهیم شد.

[16] Superdeterminism
[17] Falsifiable
[18] Local causality
[19] Realism
[20] Local realism
[21] Certeinty

در حال حاضر در رویکرد غالب نیز فرض علیت موضعی پذیرفته، و با نقض نامساوی بل، فرض واقع‌گریی منقضی و در نتیجه وجود اعداد تصادفی اثبات می‌شود. این نوشتار را نیز با همین رویکرد غالب ادامه می‌دهیم. با این حال اشاره می‌کنیم که در تفسیر بوهمی[۲۲] از فیزیک کوانتومی علیت موضعی فرضی پذیرفته‌شده نیست.

همان‌طور که در بالا اشاره شد قضیه بل در مورد درستی نظریه فیزیک کوانتومی سکوت می‌کند. لذا سوالی که پیش می‌آید این است که این قضیه چه ارتباطی به دنیای واقع دارد. برای جواب به این سوال نیاز است که آزمایش ذهنی بل که در بالا توصیف شد در عمل انجام و نقض نامساوی بل در آزمایشگاه بررسی شود. انجام چنین آزمایشی پیچیدگی‌های بسیاری دارد. برای مثال زمانی که یکی از آزمایشگرها کمیت مورد نظر خود را انتخاب می‌کند باید اندازه‌گیری را چنان سریع انجام دهد که در این فاصله سیگنالی، که ممکن است با سرعت نور حرکت کند، از آزمایشگاه اول به آزمایشگاه دوم نرسد. چون در این صورت آن سیگنال ممکن است حاوی اطلاعاتی در مورد کمیت اندازه‌گیری شده باشد و حالت بخش دوم در آزمایشگاه دیگر را تغییر دهد. برای این کار نیاز به ابزارهای اندازه‌گیری پیچیده‌ایست. به علاوه نیاز است که حالت یک سیستم فیزیکی دوبخشی که بخش‌های آن فاصله زیادی از هم دارند پایدار نگاه داشته شود، که این هم نیاز به تکنولوژی پیچیده‌ای دارد.

آزمایش بل توسط افراد مختلفی از دهه ۱۹۷۰ تاکنون بارها تکرار شده است. در این نیم‌قرن تلاش دانشمندان این بوده که با پیشرفت تکنولوژی ایرادات آزمایش‌های قبلی را که به یکی از آنها در بالا اشاره شد، برطرف کنند. خالی از لطف نیست که اشاره کنیم که جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۲۲ به خاطر همین تلاش‌ها به آلن اسپه،[۲۳] جان کلاوزر،[۲۴] و آنتون زایلینگر[۲۵] داده شده است. در حال حاضر اکثر دانشمندان انجام بدون نقص آزمایش بل و نقض نامساوی بل در دنیای واقع را تأیید می‌کنند. نتیجه اینکه با در نظر گرفتن ملاحظاتی که در بالا اشاره شد و پذیرفتن فرض علیت موضعی، اعداد تصادفی وجود دارند، و این نتیجه مستقل از درستی یا نادرستی نظریه فیزیک کوانتومی است.

اجازه دهید که این نوشتار را با پاسخ به سوالی که در ابتدای مقاله به آن اشاره شد به پایان ببریم. نقض نامساوی بل در آزمایشگاه، با درنظر گرفتن ملاحظاتی که در بالا اشاره شد و پذیرفتن فرض علیت موضعی، وجود اعداد تصادفی را تأیید می‌کند. ولی آیا می‌توان این اعداد تصادفی را در عمل تولید کرد؟ توجه کنید که وجود اعداد تصادفی امکان تولید الگوریتمی آنها را تضمین نمی‌کند.

اگر قانون بورن در فیزیک کوانتومی را بپذیریم تولید اعداد تصادفی ساده است. در حال حاضر دستگاه‌هایی وجود دارند که براساس این قانون ساخته شده‌اند و به وسیله درگاه‌های معمول به رایانه‌ها متصل و اعداد تصادفی تولید می‌کنند. با این وجود حتی اگر درستی فیزیک کوانتومی را بپذیریم، چطور می‌توانیم مطمئن شویم که آن دستگاه‌ها واقعاً براساس قانون بورن ساخته شده‌اند؟ چه بسا خروجی این گونه دستگاه‌ها صرفاً دنباله‌ای ثابت از اعداد است که از قبل مشخص شده‌اند!

علاوه بر دلایل بنیادی در اهمیت وجود اعداد تصادفی، تولید اعداد تصادفی به دلیل کاربردهای عملی مورد توجه بسیاری از محققین بوده و در دهه‌های گذشته پروتکل‌های متفاوت و با فرضیات مختلفی برای تولید اعداد تصادفی ارائه شده‌اند. یکی از قیدهای مورد توجه، «مستقل از دستگاه»[۲۶] بودن پروتکل است به این معنی که آیا می‌توان صرفاً با

[22] Bohm's interpretation
[23] Alain Aspect
[24] John Clauser
[25] Anton Zeilinger
[26] Device-independent

اجرای پروتکل، و بدون اعتماد به شرکت‌های سازنده دستگاه‌های اجرا کننده آن، مطمئن شد که واقعاً اعداد تصادفی تولید می‌شوند؟ واقعیت این است که دستگاه‌های ساده‌ای که در بالا به آنها اشاره شد خاصیت مستقل از دستگاه بودن را ندارند. با این حال در دهه گذشته نشان داده شده است که با استفاده از نقض نامساوی بل می‌توان به صورت الگوریتمی اعداد تصادفی تولید کرد به گونه‌ای که قید مستقل از دستگاه بودن نیز ارضا شود. این پروتکل‌ها تعداد کمی عدد تصادفی به عنوان بذر[۲۷] استفاده کرده، و تعداد بسیار زیادی عدد تصادفی (با نرخ نمایی) تولید می‌کنند. از آنجا که قرار است اعداد تصادفی به صورت الگوریتمی تولید شوند، بذر اولیه برای انتخاب کمیت‌های فیزیکی در آزمایش بل استفاده می‌شود. چنین پروتکل‌هایی نسبت به نویز پایدار هستند و در آزمایشگاه نیز پیاده‌سازی شده‌اند.

به طور خلاصه، با فرضیاتی که در بالا به آنها اشاره شد و مستقل از درستی یا نادرستی فیزیک کوانتومی، اعداد تصادفی وجود دارند. به علاوه، اعداد تصادفی را می‌توان به طور الگوریتمی تولید کرد.

[27] Seed